

Рабочая программа

учебного курса «Решение задач с параметрами»

для обучающихся 11 класса

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа учебного курса «Решение задач с параметрами» предназначена для обучающихся 11 класса и реализуется в части учебного плана, формируемой участниками образовательных отношений. Курс имеет практико-ориентированный характер и направлен на углубление математической подготовки, развитие навыков исследования зависимостей, логического рассуждения, функционально-графического анализа и осознанного выбора метода решения задач повышенного уровня сложности.

Программа разработана с учётом требований ФГОС среднего общего образования к личностным, метапредметным и предметным результатам, положений федеральной рабочей программы воспитания, основной образовательной программы среднего общего образования лицея и содержания курса математики на уровне среднего общего образования. Учебный курс не заменяет обязательные учебные предметы «Алгебра и начала математического анализа» и «Геометрия», а расширяет их содержание за счёт систематического изучения задач с параметрами.

Задачи с параметрами занимают особое место в школьной математике, поскольку требуют не только выполнения вычислений, но и исследования множества возможных случаев. При их решении обучающийся рассматривает параметр как фиксированное, но заранее не заданное число, устанавливает области допустимых значений, исследует число и расположение корней, анализирует взаимное положение графиков, выявляет критические значения параметра и обосновывает полноту проведённого разбиения на случаи.

Курс рассчитан на 34 часа из расчёта 1 час в неделю в течение 2026–2027 учебного года. Основной формой работы является решение и исследование задач с последующим обсуждением выбранного метода, проверкой граничных случаев и сравнением альтернативных способов решения.

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ КУРСА

Цель курса — формирование у обучающихся устойчивых умений решать и исследовать уравнения, неравенства и системы с параметрами с использованием алгебраических, функциональных и графических методов.

- сформировать понимание параметра как величины, влияющей на структуру и количество решений математической задачи;
- научить определять критические значения параметра и выполнять корректное разбиение задачи на случаи;
- совершенствовать владение равносильными преобразованиями уравнений, неравенств и систем с учётом ограничений;
- развить навыки исследования квадратных трёхчленов, рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических выражений с параметром;
- научить применять свойства функций, графические преобразования и исследование взаимного расположения графиков;
- формировать умение определять число решений, расположение корней и выполнение дополнительных условий без явного нахождения всех корней;
- развивать математическую культуру доказательства, навыки проверки граничных случаев и оценки полноты решения;
- подготовить обучающихся к решению задач повышенного уровня сложности, в том числе задач с параметрами профильного уровня государственной итоговой аттестации.

МЕСТО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

Учебный курс «Решение задач с параметрами» реализуется в 11 классе в части учебного плана, формируемой участниками образовательных отношений. На изучение курса отводится 34 часа, 1 час в неделю.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА КУРСА

Содержание выстроено от базовых принципов работы с параметром к комплексным задачам. На начальном этапе уточняются понятия параметра, области допустимых значений и равносильности преобразований. Далее изучаются линейные и квадратные модели, задачи на количество и расположение корней, рациональные и иррациональные уравнения и неравенства, выражения с модулем, а также показательные, логарифмические и тригонометрические задачи с параметрами.

Отдельное место занимает функционально-графический подход: число решений рассматривается как число точек пересечения графиков, а значение параметра — как средство управления положением графика или семейства графиков. В заключительной части курса обучающиеся решают смешанные задачи, самостоятельно выбирая наиболее эффективный метод и обосновывая полноту решения.

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

Раздел 1. Параметр и общие методы решения задач (3 часа)

Понятие параметра. Различие между переменной и параметром. Область допустимых значений. Равносильные и неравносильные преобразования. Критические значения параметра. Разбиение на случаи. Основные стратегии решения: алгебраический метод, функциональный метод, графический метод, использование свойств функций.

Раздел 2. Линейные уравнения, неравенства и системы с параметрами (4 часа)

Линейные уравнения с параметром. Исследование случаев вырождения коэффициента. Линейные неравенства с параметром. Зависимость направления неравенства от знака выражения, содержащего параметр. Системы линейных уравнений и неравенств. Количество решений системы. Геометрическая интерпретация линейных зависимостей.

Раздел 3. Квадратные уравнения и неравенства с параметрами (8 часов)

Квадратное уравнение с параметром. Дискриминант как функция параметра. Условия существования и количества действительных корней. Теорема Виета в задачах с параметрами. Условия положительности, отрицательности и расположения корней относительно заданных точек. Квадратные неравенства с параметром. Парабола и взаимное положение её графика с прямыми и осью абсцисс. Задачи на принадлежность корней промежутку. Системы, содержащие квадратные выражения.

Раздел 4. Рациональные, иррациональные задачи и модуль (6 часов)

Рациональные уравнения и неравенства с параметром. Учёт области допустимых значений и исключённых значений. Метод интервалов в задачах с параметром. Иррациональные уравнения: условия существования корней, возведение в квадрат и контроль равносильности. Уравнения и неравенства с модулем. Геометрический смысл модуля. Разбиение на интервалы и функционально-графический подход.

Раздел 5. Показательные, логарифмические и тригонометрические задачи с параметрами (5 часов)

Показательные уравнения и неравенства с параметром. Использование монотонности показательной функции. Логарифмические уравнения и неравенства: область допустимых значений, зависимость знака и монотонности от основания. Простейшие тригонометрические задачи с параметром. Периодичность и ограничения на значения тригонометрических функций.

Раздел 6. Функционально-графические методы и системы с параметрами (5 часов)

Графическое представление уравнения как задачи о пересечении графиков. Семейства графиков, зависящие от параметра. Параллельный перенос, растяжение, отражение и другие преобразования графиков. Определение числа решений без их явного нахождения. Координатная плоскость параметров. Системы с параметрами и геометрическая интерпретация условий.

Раздел 7. Комплексные задачи и итоговый контроль (3 часа)

Смешанные задачи с параметрами, требующие сочетания нескольких методов. Выбор эффективной стратегии. Проверка критических и граничных значений. Оформление полного решения. Итоговая диагностическая работа и анализ типичных ошибок.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ КУРСА

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

- готовность к самостоятельной познавательной деятельности и преодолению интеллектуально сложных задач;
- ответственное отношение к точности математического рассуждения, проверке условий и полноте доказательства;
- понимание ценности математического моделирования, анализа и доказательного подхода при принятии решений;
- интерес к математике и направлениям профессиональной деятельности, в которых требуется развитое аналитическое мышление;
- готовность к самооценке результата, выявлению ошибок и корректировке выбранной стратегии решения.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

- самостоятельно формулировать проблему, выделять условия, ограничения и параметры математической модели;
- выявлять закономерности и критические случаи, строить классификацию по значениям параметра;
- выбирать и комбинировать алгебраические, функциональные, графические и логические способы решения;
- проводить исследование результата, проверять граничные случаи и оценивать достаточность полученных условий;
- переводить информацию между аналитической, графической, табличной и словесной формами.

Коммуникативные универсальные учебные действия

- последовательно и аргументированно излагать ход решения;
- сопоставлять несколько способов решения и обсуждать их преимущества и ограничения;
- использовать математическую терминологию и символику при письменном и устном представлении результата.

Регулятивные универсальные учебные действия

- планировать последовательность исследования задачи и выбирать контрольные точки проверки;
- осуществлять самоконтроль преобразований и условий равносильности;
- корректировать стратегию при обнаружении лишних или потерянных решений;
- оценивать соответствие полученного ответа исходному условию и полноту рассмотренных случаев.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

- различать роль переменной и параметра в математической задаче;
- определять область допустимых значений и критические значения параметра;
- решать линейные уравнения, неравенства и системы с параметрами;
- исследовать квадратные уравнения и неравенства в зависимости от параметра, определять число и расположение корней;
- использовать теорему Виета и свойства квадратного трёхчлена без обязательного явного нахождения корней;
- решать рациональные и иррациональные уравнения и неравенства с параметрами с контролем области допустимых значений;
- решать задачи с модулем, применяя разбиение на случаи и графический подход;
- использовать свойства показательной, логарифмической и тригонометрических функций в параметрических задачах;
- применять функционально-графический метод для определения количества решений и критических значений параметра;
- решать системы уравнений и неравенств с параметрами и интерпретировать условия на координатной плоскости;
- обосновывать полноту решения, проверять граничные случаи и корректно записывать множество значений параметра.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Всего часов	Контрольные / диагностические работы	Самостоятельные работы	Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
1	Параметр и общие методы решения задач	3		1	Библиотека ЦОК; материалы учителя
2	Линейные уравнения, неравенства и системы с параметрами	4		1	Библиотека ЦОК; образовательные математические ресурсы
3	Квадратные уравнения и неравенства с параметрами	8		2	Библиотека ЦОК; материалы учителя
4	Рациональные, иррациональные задачи и модуль	6		2	Библиотека ЦОК; материалы учителя
5	Показательные, логарифмические и тригонометрические задачи с параметрами	5		1	Библиотека ЦОК; материалы учителя
6	Функционально-графические методы и системы с параметрами	5		1	GeoGebra/аналогичные средства визуализации; материалы учителя
7	Комплексные задачи и итоговый контроль	3	1	1	Открытый банк заданий ФИПИ; материалы учителя
	ИТОГО	34	1	9	

ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№	Тема урока	Основная деятельность	Часы	Дата	Форма контроля / результат	Цифровые ресурсы
1	Параметр как математическая величина. Типы задач с параметрами	Анализ формулировок; различение переменной и параметра	1		Входная диагностика	ЦОК / материалы учителя
2	ОДЗ, равносильность преобразований и критические значения параметра	Исследование примеров с потерей/появлением корней	1		Самостоятельная работа	ЦОК / материалы учителя
3	Алгебраический, функциональный и графический методы	Сравнение способов решения одной задачи	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
4	Линейные уравнения с параметром	Исследование случаев вырождения коэффициента	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
5	Линейные неравенства с параметром	Разбиение по знаку коэффициента	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
6	Системы линейных уравнений с параметром	Определение количества решений системы	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
7	Системы линейных неравенств. Геометрическая интерпретация	Решение и анализ областей допустимых значений	1		Самостоятельная работа	ЦОК / материалы учителя
8	Квадратное уравнение с параметром. Дискриминант	Условия 0, 1, 2 действительных корней	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
9	Теорема Виета в задачах с параметрами	Исследование суммы, произведения и знаков корней	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
10	Расположение корней квадратного уравнения относительно точки	Условия для корней на заданных промежутках	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
11	Квадратный трёхчлен и условия знакопостоянства	Исследование минимума/максимума и дискриминанта	1		Самостоятельная работа	ЦОК / материалы учителя
12	Квадратные неравенства с параметром	Разбор взаимного положения корней и знака трёхчлена	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
13	Парабола и прямая. Число точек пересечения	Графическое исследование зависимости от параметра	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
14	Системы с квадратными выражениями и параметрами	Комбинирование условий и отбор решений	1		Самостоятельная работа	ЦОК / материалы учителя
15	Обобщающий практикум по квадратным задачам	Решение комплексных задач раздела	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
16	Рациональные уравнения с параметром	ОДЗ, исключённые значения, вырожденные случаи	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
17	Рациональные неравенства с параметром	Метод интервалов и критические точки	1		Самостоятельная работа	ЦОК / материалы учителя
18	Иррациональные уравнения с параметром	Условия существования, равносильность возведения в квадрат	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
19	Уравнения с модулем и параметром	Разбиение на случаи, графический смысл модуля	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя

№	Тема урока	Основная деятельность	Часы	Дата	Форма контроля / результат	Цифровые ресурсы
20	Неравенства с модулем и параметром	Геометрическая интерпретация и интервалы	1		Самостоятельная работа	ЦОК / материалы учителя
21	Смешанные рационально-иррациональные задачи	Выбор метода и проверка лишних корней	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
22	Показательные уравнения с параметром	Использование монотонности и замены переменной	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
23	Показательные неравенства с параметром	Зависимость решения от основания и параметра	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
24	Логарифмические уравнения с параметром	ОДЗ и исследование числа решений	1		Самостоятельная работа	ЦОК / материалы учителя
25	Логарифмические неравенства с параметром	Монотонность логарифма и разбиение на случаи	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
26	Простейшие тригонометрические задачи с параметром	Ограниченность, периодичность, число решений	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
27	Графический метод: семейства функций $y=f(x,a)$	Построение и анализ семейства графиков	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
28	Преобразования графиков и движение параметра	Переносы, растяжения, отражения; критические положения	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
29	Число решений как число точек пересечения графиков	Определение критических значений параметра	1		Самостоятельная работа	ЦОК / материалы учителя
30	Координатная плоскость параметров	Описание областей выполнения условий	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
31	Системы с параметрами: геометрическая интерпретация	Исследование взаимного положения кривых	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
32	Комплексная задача с параметром: выбор стратегии	Самостоятельный выбор метода и оформление решения	1		Самостоятельная работа	ЦОК / материалы учителя
33	Задачи с параметрами профильного уровня. Полное исследование	Решение и взаимопроверка полного решения	1		Практикум	ЦОК / материалы учителя
34	Итоговая диагностическая работа. Анализ типичных ошибок	Индивидуальная работа; последующий разбор	1		Итоговая диагностика	ЦОК / материалы учителя

ПРОВЕРЯЕМЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ КУРСА

Код	Проверяемый результат
1.1	Определять роль параметра, переменной и неизвестной в условии задачи.
1.2	Устанавливать область допустимых значений и критические значения параметра.
1.3	Выполнять равносильные преобразования и учитывать случаи, в которых преобразование требует дополнительных условий.
2.1	Решать линейные уравнения, неравенства и системы с параметрами.
3.1	Определять число действительных корней квадратного уравнения в зависимости от параметра.
3.2	Использовать теорему Виета, свойства квадратного трёхчлена и расположение корней на числовой прямой.
3.3	Решать квадратные неравенства и системы с параметрами.
4.1	Решать рациональные уравнения и неравенства с параметрами с учётом ОДЗ.
4.2	Решать иррациональные уравнения с параметрами и контролировать равносильность преобразований.
4.3	Решать уравнения и неравенства с модулем, используя разбиение на случаи и графические интерпретации.
5.1	Применять свойства показательной функции к решению задач с параметрами.
5.2	Применять свойства логарифмической функции, учитывать область определения и основание логарифма.
5.3	Использовать свойства тригонометрических функций при исследовании простейших параметрических задач.
6.1	Определять число решений с помощью взаимного положения графиков.
6.2	Исследовать семейства графиков и находить критические положения, соответствующие изменению числа решений.
6.3	Использовать координатно-геометрическую интерпретацию систем с параметрами.
7.1	Выбирать рациональный метод решения комплексной задачи и обосновывать полноту рассмотренных случаев.
7.2	Проверять граничные значения параметра и корректно записывать окончательный ответ.

ПЕРЕЧЕНЬ ЭЛЕМЕНТОВ СОДЕРЖАНИЯ

№	Раздел	Элементы содержания
1	Общие методы	Параметр; ОДЗ; равносильность; критические значения; разбиение на случаи; выбор метода.
2	Линейные модели	Линейные уравнения, неравенства и системы с параметрами.
3	Квадратные модели	Дискриминант; теорема Виета; расположение корней; знакостоянство; квадратные неравенства.
4	Рациональные и иррациональные задачи	Дробно-рациональные выражения; ОДЗ; метод интервалов; радикалы; контроль равносильности.
5	Модуль	Уравнения и неравенства с модулем; разбиение на интервалы; геометрический смысл.
6	Специальные функции	Показательные, логарифмические и простейшие тригонометрические задачи с параметрами.
7	Функционально-графические методы	Семейства графиков; преобразования; касание и пересечение; число решений.
8	Комплексные задачи	Системы; координатная интерпретация; комбинирование методов; проверка граничных случаев.

ОЦЕНИВАНИЕ И ФОРМЫ КОНТРОЛЯ

Текущий контроль проводится в форме самостоятельных работ, математических практикумов, разбора индивидуальных решений, взаимопроверки и кратких диагностических заданий. Оцениваются не только правильность ответа, но и корректность разбиения на случаи, соблюдение условий равносильности, полнота исследования, обоснованность выбранного метода и качество математической записи.

Итоговый контроль проводится в форме диагностической работы по основным типам задач курса. Результаты могут учитываться в текущем оценивании в соответствии с локальными нормативными актами образовательной организации.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Обязательные и дополнительные материалы для обучающихся

- учебники по алгебре и началам математического анализа для 10–11 классов, используемые образовательной организацией;
- подборки задач с параметрами, подготовленные учителем по изучаемым типам;
- открытый банк заданий и демонстрационные материалы государственной итоговой аттестации по математике профильного уровня;
- справочные материалы по элементарным функциям, уравнениям, неравенствам и преобразованиям графиков.

Методические материалы для учителя

- федеральная рабочая программа по математике среднего общего образования;
- методические материалы по преподаванию алгебры и начал математического анализа на углублённом уровне;
- сборники задач повышенного уровня сложности и задач с параметрами;
- материалы для диагностики и подготовки к государственной итоговой аттестации.

ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ

- Библиотека цифрового образовательного контента (ЦОК);
- официальные материалы ФИПИ и открытый банк заданий;
- динамические математические среды (GeoGebra или аналогичные) для исследования графиков и взаимного положения функций;
- электронные материалы и авторские подборки учителя.